

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

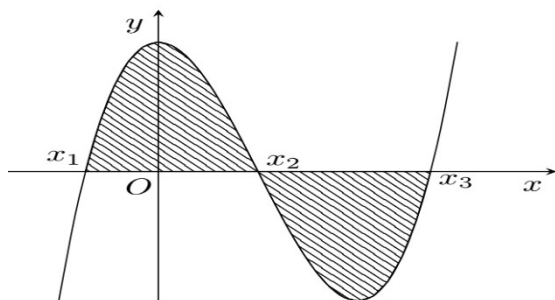
**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 25^x$  là

- A.  $\frac{25^x}{\ln 25} + C$ .      B.  $25^x \ln 25 + C$ .      C.  $25^x + C$ .      D.  $\frac{25^{x+1}}{x+1} + C$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Chọn mệnh đề **sai**.

- A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .      B.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .      C.  $\int_a^b f'(x) dx = f(x)|_a^b$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .

**Câu 3.** Hình vẽ bên biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  ( $x_1 < x_2 < x_3$ ). Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành là



- A.  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx$ .      B.  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx - \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx$ .  
C.  $\left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx \right|$ .      D.  $\left| \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx \right|$ .

**Câu 4.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       B.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$       C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       D.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2z - 4 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $I(2; -4; 1), R = 5$ .      B.  $I(-2; 4; -1), R = 25$ .

C.  $I(2; -4; 1), R = \sqrt{21}$ .

D.  $I(-2; 4; -1), R = 21$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 0; 1)$  và vuông góc với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

A.  $2x + y - 3z + 1 = 0$ .

B.  $2x + y - 3z - 1 = 0$ .

C.  $x + z + 1 = 0$ .

D.  $x + z - 1 = 0$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , tính góc giữa hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  và

$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$

A.  $45^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 8.** Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình của mặt cầu?

A.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

B.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$ .

C.  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$ .

D.  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 10 = 0$ .

**Câu 9.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ,  $P(B) = 0,2025$ . Tính  $P(A|B)$ .

A. 0,7976.

B. 0,7975.

C. 0,2025.

D. 0,2024.

**Câu 10.** Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là

A.  $\frac{5}{14}$ .

B.  $\frac{5}{9}$ .

C.  $\frac{5}{8}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A|B) = 0,7$  và  $P(A|\bar{B}) = 0,4$  Khi đó,  $P(A)$  bằng

A. 0,7.

B. 0,4.

C. 0,58.

D. 0,52.

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,3$ ;  $P(A|B) = 0,25$ . Khi đó,  $P(B|A)$  bằng

A. 0,1875.

B. 0,48.

C. 0,333.

D. 0,95.

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 13.** Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40%, tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của phân xưởng. Gọi  $A$  là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và  $B$  là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) Xác suất của biến cố  $\bar{A}$  là 0,2.

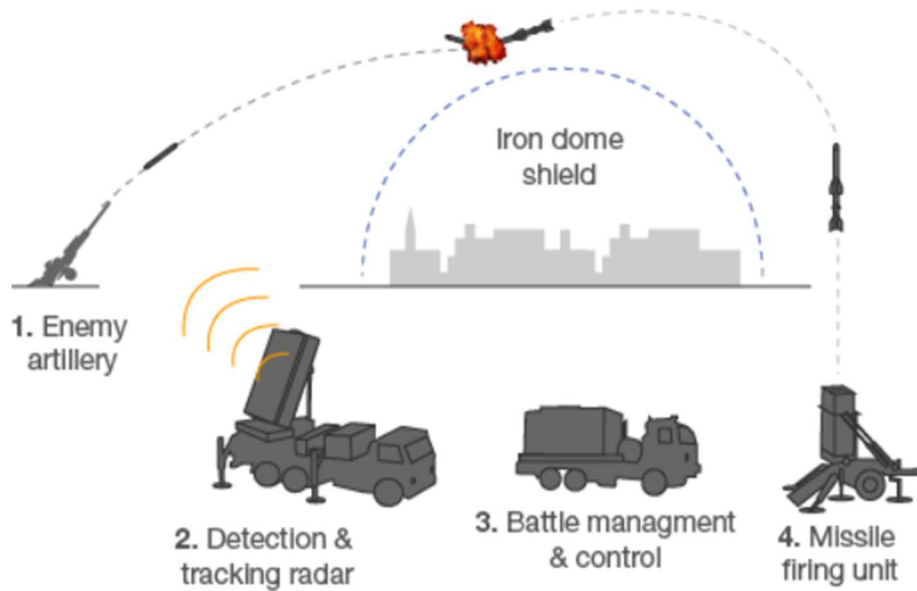
b) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,95.

c)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là  $\frac{11}{43}$ .

**Câu 14.** Hệ thống phòng không "Vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "Vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán

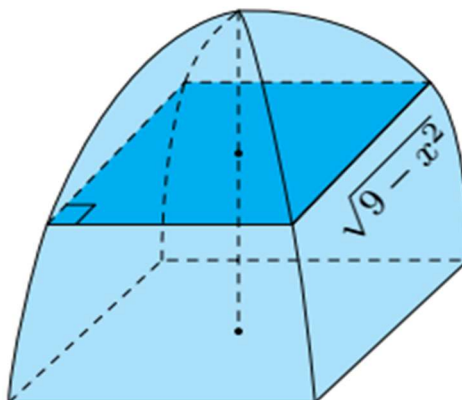
kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí  $O(0;0;0)$  và một quả tên lửa đang ở vị trí  $A(688;185;-8)$  được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-91; -75; 0)$ .



- Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là  $x^2 + y^2 + z^2 = 417$ .
- Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên.
- Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là  $B(415; -40; -8)$ .
- Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là  $\approx 190$  km.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

**Câu 15.** Cho vật thể có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt vật thể bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng  $x$  (m) ( $0 \leq x \leq 3$ ) thì được hình vuông có cạnh  $\sqrt{9 - x^2}$  (m). Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu?



**Câu 16.** Khi đặt hệ tọa độ  $Oxyz$  vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu  $(S)$  (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-z+1=0$  là  $n^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị,  $n$  là số nguyên dương). Giá trị của  $n$  là bao nhiêu?

**Câu 18.** Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên trong bình ra một viên bi (không trả lại) rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**PHẦN IV. Tự luận.** Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 22.

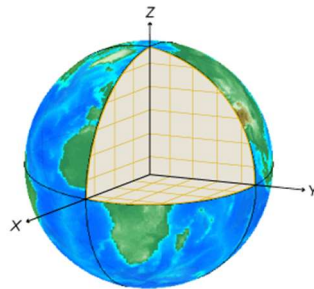
**Câu 19.** Tính tích phân  $A = \int_{-2}^0 |x^2 - 1| dx$ .

**Câu 20.** Để xác định vị trí của một địa điểm trên trái đất, một người đã chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với đơn vị trên trục bằng với bán kính của trái đất. Biết vị trí một điểm nằm trên bề mặt của trái đất là

$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ . Nếu xuyên từ điểm  $M$  vào lòng đất, theo đường thẳng có phương trình

$d: \frac{x-\frac{1}{2}}{1} = \frac{y-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-1} = \frac{z}{1}$ , thì xác định được vị trí của điểm  $N$  nằm trên mặt đất. Khi đó điểm  $N$  cách điểm

$A\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$  bao nhiêu km. Sử dụng số đo bán kính trái đất là 64.000 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Câu 21.** Cho hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(A) = 0,21$ ;  $P(B) = 0,52$ ;  $P(B|A) = 0,6$ . Tính  $P(A|B)$

**Câu 22.** Một loại sách tham khảo được in tại hai phân xưởng  $X$  và  $Y$  và được vận chuyển về kho sau khi in xong. Xưởng  $X$  có nhiệm vụ in 60% tổng số lượng sách, xưởng  $Y$  sẽ in số lượng sách còn lại. Biết rằng số lượng sách tham khảo xưởng  $X$  và  $Y$  in đạt yêu cầu về chất lượng và chuyển về kho lần lượt là 95% và 90%. Nhân viên kiểm kho chọn ra ngẫu nhiên một cuốn sách tham khảo để kiểm tra thì thấy cuốn sách này

không đạt yêu cầu về chất lượng. Xác suất để cuốn sách tham khảo đó được in ở xưởng  $X$  là bao nhiêu % (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

-----HẾT-----  
ĐÁP ÁN

**PHẦN I.**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	B	A	A	A	D	B	D	C	C	A

**PHẦN II.**

Câu 13	Câu 14
a) Đúng	a) Sai
b) Sai	b) Sai
c) Sai	c) Sai
d) Sai	d) Sai

**Câu 13.** Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40% , tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi  $A$  là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và  $B$  là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

- a) Xác suất của biến cố  $\bar{A}$  là 0,2 .
- b) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,95 .
- c)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.
- d) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là  $\frac{11}{43}$  .

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng.

Vì  $P(A) = 0,8$  nên  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,2$  .

b) Sai.

Vì  $P(B) = P(A)P(B/A) + P(\bar{A})P(B/\bar{A}) = 0,43$ .

c) Sai.

Vì  $P(AB) = P(A)P(B/A) = 0,32 \neq P(A) \cdot P(B)$  nên  $A$  và  $B$  không phải là hai biến cố độc lập.

d) Sai.

Vì  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,32}{0,43} = \frac{32}{43}$ .

**Câu 14.**

a) Phương trình mặt cầu tâm  $O(0;0;0)$ , bán kính  $R = 417$  là  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$  (\*)

b) Thay tọa độ  $A(688;185;-8)$  vào vế trái của (\*) ta được  $688^2 + 185^2 + (-8)^2 = 507633 > 417^2$  suy ra điểm  $A(688;185;-8)$  nằm ngoài mặt cầu.

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường thẳng có phương trình  $d : \begin{cases} x = 688 - 91t \\ y = 185 - 75t \\ z = -8 \end{cases}$ . Giả sử điểm

$B(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$  là điểm đầu tiên trên màn hình radar phát hiện ra quả tên lửa khi đó điểm  $B$  nằm trên mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$ .

$$(688 - 91t)^2 + (185 - 75t)^2 + (-8)^2 = 417^2$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 3 \end{cases}$$

Với  $t = 8$  suy ra  $B(-40; -415; -8)$ , khi đó  $\overline{AB} = (-728; -600; 0)$  suy ra  $|\overline{AB}| \approx 943,39$

Với  $t = 3$  suy ra  $B(415; -40; -8)$ , khi đó  $\overline{AB} = (-273; -225; 0)$  suy ra  $|\overline{AB}| \approx 353,77$

Rõ ràng  $353,77 < 943,39$  do đó vị cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên Radar là  $B(-40; -415; -8)$ .

d) Gọi  $H(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$  là vị trí hệ thống “Vòm sắt” gần quả tên lửa. Khi đó để  $OH$  nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OH} \perp \vec{u} = (-91; -75; 0)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow (688 - 91t) \cdot (-91) + (185 - 75t) \cdot (-75) = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$$

Suy ra  $H\left(\frac{375}{2}; -\frac{455}{2}; -8\right)$ ,  $|\overrightarrow{OH}| = \sqrt{\left(\frac{375}{2}\right)^2 + \left(-\frac{455}{2}\right)^2 + (-8)^2} \approx 295$ .

### PHẦN III.

**Câu 15.** Thể tích của lều là  $V = \int_a^b S(x)dx = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2})^2 dx = 18 \text{ m}^3$ .

**Câu 16.** Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng khi khoảng cách đó bằng đường kính của mặt cầu

Ta có:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 3^2$ .

**Trả lời: 6**

**Câu 17. Đáp số: 10.**

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|1.1 + 1.2 - 2.1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow (\Delta, (P)) = n^\circ \approx 10^\circ$$

**Câu 18. Trả lời: 0,24****Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”.

Gọi  $B$  là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

Ta cần tính xác suất  $P(A \cap B)$ .

Theo công thức nhân xác suất:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ .

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên  $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ .

Nếu  $A$  đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó  $P(B|A) = \frac{20}{49}$ .

Vậy xác suất cần tìm là:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{29} \approx 0,24$ .

**PHẦN IV.****Câu 19. Trả lời: 2****Lời giải**

$$A = \int_{-2}^0 |x^2 - 1| dx.$$

Xét  $f(x) = x^2 - 1$  trên đoạn  $[-2; 0]$ .

$$\text{Cho } f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 0] \\ x = 1 \notin [-2; 0] \end{cases}.$$

$$\begin{cases} f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; -1) \\ f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \end{cases}$$

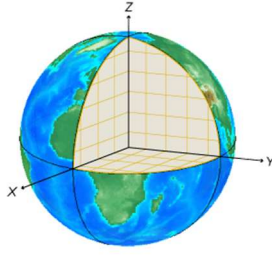
$$\text{Do đó: } A = \int_{-2}^0 |x^2 - 1| dx = \int_{-2}^{-1} (x^2 - 1) dx + \int_{-1}^0 (1 - x^2) dx = \left( \frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left( x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^0 = 2.$$

**Câu 20.** Để xác định vị trí của một địa điểm trên trái đất, một người đã chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với đơn vị trên trục bằng với bán kính của trái đất. Biết vị trí một điểm nằm trên bề mặt của trái đất là

$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ . Nếu xuyên từ điểm  $M$  vào lòng đất, theo đường thẳng có phương trình

$d: \frac{x - \frac{1}{2}}{1} = \frac{y - \frac{\sqrt{3}}{2}}{-1} = \frac{z}{1}$ , thì người này xác định được vị trí của điểm  $N$  nằm trên mặt đất. Khi đó điểm  $N$

cách điểm  $A\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$  bao nhiêu km. Sử dụng số đo bán kính trái đất là 64.000 km.



**Trả lời:** 5,5

$$N \in (d) \Rightarrow N \left( \frac{1}{2} + t; \frac{\sqrt{3}}{2} - t; t \right)$$

Phương trình mặt cầu:  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$

$$N \in (S) \Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} + t \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - t \right)^2 + t^2 = 1 \Leftrightarrow 3t^2 + (1 - \sqrt{3})t = 0 \Leftrightarrow t = 0, t = \frac{\sqrt{3} - 1}{3}$$

$$N \text{ khác } M \text{ nên chọn } t = \frac{\sqrt{3} - 1}{3} \Rightarrow AN = \frac{\sqrt{27}}{6}$$

Đơn vị trên trục bằng với bán kính của trái đất nên  $AN = \frac{\sqrt{27}}{6} \cdot 64000 \approx 55426 \text{ km}$ .

**Câu 21.** Cho hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(A) = 0,21$ ;  $P(B) = 0,52$ ;  $P(B|A) = 0,6$ . Tính  $P(A|B)$

Ta có:  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,21 \cdot 0,6 = 0,126$ .

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,126}{0,52} = \frac{63}{260}.$$

**Câu 22.** Một loại sách tham khảo được in tại hai phân xưởng  $X$  và  $Y$  và được vận chuyển về kho sau khi in xong. Xưởng  $X$  có nhiệm vụ in 60% tổng số lượng sách, xưởng  $Y$  sẽ in số lượng sách còn lại. Biết rằng số lượng sách tham khảo xưởng  $X$  và  $Y$  in đạt yêu cầu về chất lượng và chuyển về kho lần lượt là 95% và 90%. Nhân viên kiểm kho chọn ra ngẫu nhiên một cuốn sách tham khảo để kiểm tra thì thấy cuốn sách này không đạt yêu cầu về chất lượng. Xác suất để cuốn sách tham khảo đó được in ở xưởng  $X$  là bao nhiêu % (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

**Trả lời:** Gọi  $A$  là biến cố: "Sách được in ở xưởng  $X$ ";

$B$  là biến cố: "Sách được in không đạt yêu cầu chất lượng".

Ta cần tính  $P(B)$ .

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$$

Theo giả thiết  $P(A) = 0,6$ .

Suy ra  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Theo giả thiết ta có  $P(B|A) = 1 - 0,95 = 0,05$ .

Do đó  $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$ .

Khi đó,  $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,1 = 0,07$ .

Theo công thức Bayes, ta có:  $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = 42,9\%$ .